

泛谈数学和物理的关系 ——给大学新生同学们的话

吴从军[†]

(西湖大学物理系 杭州 310024)

2025-08-29 收到

[†] email: wucongjun@westlake.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20250910

CSTR: 32040.14.wl20250910

正值开学季节, 大学新生入校, 正同学少年, 对未来充满憧憬的时候。有不少有志于物理事业的同学, 找我约谈物理的学习方法与规划。

物理这门科学的基础性和实在性, 从其英文的词源就可以看出来。physics 和最重要的动词 be 同源, 均来自于古印欧语 bheue^[1], 其含义是“存在”、“生长”。这个词后来分化的一支演变成古希腊语的 physikos、拉丁语的 physica, 以及英语的 physics, 意思是对自然的研究。它分化的另外一支演变成 be, 而“存在”正是其基本含义之一。从字面上看, physics 包含了所有对存在事物的研究。中文以“物理”来表达 physics 是非常贴切的。

对于物理的学习和研究, 当然离不开数学。因为西湖大学头两年不分专业, 有些同学想同时学最深的数学和物理课程。我欣赏同学们追求上进的精神, 但还是建议彼此之间不要攀比。在大学本科阶段, 最重要的是学会物理学家看待世界的思维方式, 为以后在物理方向继续深造打下基础。另一方面, 相当一部分同学会进入其他行业, 具有物理背景而在各行各业成功的例子是很多的。有些同学觉得学好抽象的数学, 方能显示出自己出众的能力, 日后有更多的机会从事高深的物理研究。其实这是一种误解。

关于如何处理好数学和物理之

间的关系, 这方面已有一些前辈名家的教诲。前不久, 著名物理学家徐一鸿先生在一个对话节目里面讲得很好: 物理离不开数学, 但是物理学家也不需要掌握大量高深的数学知识^[2]。我同意他的观点。

我谈的内容针对的是未来有志于献身于物理事业的同学, 并不适用有志于纯数学研究的同学, 他们应该去咨询数学老师们寻求有益的指导。可能也会有其他学科的同学阅读这篇文章, 我也鼓励他们能够在《大学物理》的学习之中, 来了解一下物理学家的思维方式。对于他们来说, 是否要学很深的物理, 或者说要学多深的物理, 最好也是去咨询相关方向的老师。黄昆先生也有句名言, “学习知识不是越多越好, 越深越好, 而是要和驾驭知识的能力相匹配”(图 1)。

我请 AI 写了首五言绝句, “数理本同源, 行行终分迁。数学为舟楫, 物理溯天然”。诗中各句分别在下文中被用做各节的标题。

1 数理本同源

数学和物理同是人类理性认识自然的两种最基本的方式。杨振宁先生把数学和物理比作两片并蒂的树叶^[3]。它们之间关系更像是父亲和母亲一样, 是相辅相成、相互促进的平等关系。在自然科学中的各个学科中, 物理学是使用数学最深刻的。物理学离不开数学, 就像渡

河离不开船一样。离开了数学, 物理学就无法深入下去。在物理研究的过程中, 不断会出现新的数学问题, 这经常是促进数学发展的源动力之一。数学和物理的密切结合, 才使得人类对自然的认识不断地深化。

纵观人类历史, 数学和物理不分家其实是主流的传统, 从古代一直到近代都是如此。很多著名的数学家同时也是重要的物理学家, 反过来也一样。这方面的例子是屡见

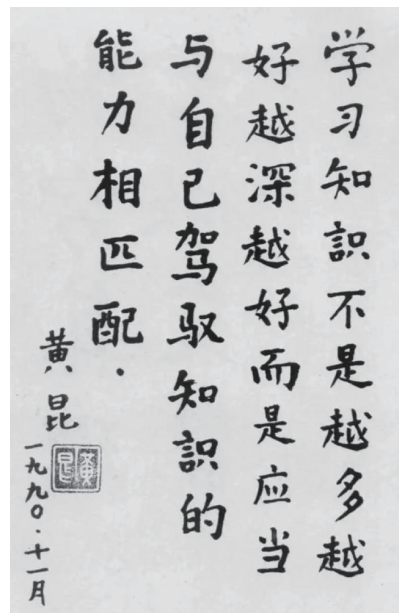


图1 黄昆先生(1919—2005)是中国固体物理学和半导体物理学的奠基人之一。其代表成就包括固体中缺陷导致的X射线漫散射的“黄散射”理论、多声子无辐射跃迁的“黄—里斯理论”、以及描写半导体中声子极化激元的“黄方程”等

不鲜的。

古希腊时代科学家的代表人物阿基米德，是那个时代顶级的数学家和物理学家。作为数学家，他是积分的早期奠基者，发明了无穷小分析，求解了抛物线段和直线段所围的面积。作为物理学家，他集静力学之大成。他将数学模型应用到物理分析之中，得到了杠杆平衡条件和浮力定律等。

到了近代，牛顿在物理学史上的地位自然不用多说。此外，牛顿也是数学史上数得着的数学家。他和莱布尼兹是微积分的主要发明者，建立了微分和积分的关系，提出了著名的牛顿—莱布尼兹公式。在之后的两百多年中，经典物理的发展离不开求解微分方程，同样发展微分方程的直接动力就是为了解决经典物理提出的种种问题。数学和物理之间彼此促进，相得益彰，令人神往。

高斯是大家都很熟悉的大数学家，活跃于18世纪末19世纪早期。他对数论有重大贡献，还提出了素数猜想；他是非欧几何的创始人之一，提出了高斯曲率，发现了“绝妙定理”。其实高斯也是电磁学历史上重要的贡献者。麦克斯韦方程组一共有四个方程，其中一个被称为电场的高斯定律，另一个是它的磁场对应。电磁学基本单位制的一种就是高斯设计的，因为在其中电磁的地位是对等的，深受物理学家的喜爱。高斯还发明了磁力计，用来测量磁场的方向和大小。

更加现代的例子还有杨振宁先生，他是大家都很熟悉的大物理学家。他和李政道先生提出的在弱相互作用中宇称不守恒的工作，得了1957年的诺贝尔物理学奖。其实杨先生对数学领域也有不小的影响。

当代数学物理的两个核心课题是杨—米尔斯规范场和杨—巴克斯特方程。杨—米尔斯量子规范场论的质量能隙问题是当代数学所关心的问题，是克雷数学研究所提出的数学七大千禧年难题之一，至今尚未完全解决。杨—巴克斯特方程，则开启了量子群和量子代数的研究方向。

2 行行终分迁

数学和物理虽然在早年密不可分，但是它们的价值观并不相同。随着时代的发展，彼此之间的差异越来越大，渐行渐远。到了20世纪以后，数学和物理之间的沟通和交流就变得困难了，这是一件令人遗憾的事情。

数学无疑是优美的。我不具备现代数学的素养，说的不对还请大家批评。我的感觉是，严格性是数学所追求的核心价值之一，这和物理的价值观不尽一致。对于物理来说，除非是你所从事的是数学物理研究，否则严格性不是最主要的。严格性是锦上添花的事情，并非本质的要求。

物理学理论的价值在于它能否解释已有的实验，或者是加深对已知理论或实验的理解，最好是能预言新的结果来指导未来的实验。物理原理通常达不到数学意义上的严格，对此物理学家们并不会在意。在理论基础不严格的情况下，物理学家们会大胆地往前发展，而不是先去把基础严格化。打个比喻，假设一个物理学家打算出门。按照数学的观点，他这样做是不严谨的：路上会不会发生交通事故呢？他要先证明能安全地回来，才可以出门。如果按照这个标准，那可研究的物理是少之又少了。

量子场论是当代物理学的代

表性成就之一。其中的量子电动力学计算出电子的磁矩 $\mu/\mu_B = 2.0023193044320(687)^{[4]}$ ，其中 μ_B 是磁矩的自然单位玻尔磁子 $\frac{eh}{2mc}$ ， e 是电子电荷， m 是电子质量， c 是光速。实验测量给出的值为 $2.002319304361460(56)^{[4]}$ 。理论和实验之间的差别小于十亿分之一，这实在令人震撼，无疑是巨大的成功。然而，如果用数学的眼光来审视，这个结果难以让人满意。量子场论因为存在无穷多自由度，会出现发散的困难，也就是计算的结果表观上是无穷大，这显然是不物理的。要得到有意义的结果，需要进行重正化，其第一步就是要对发散的积分进行正规化。正规化的早年做法，是把两个无穷大的发散积分相减得到一个有限值，显然这在数学上是病态的。即使在物理学家内部，以狄拉克为代表的不少人，也对重正化持否定态度。随着人们认识的深入，物理学家对重正化合理性的理解在逐步地深化。重正化以及重正化群的概念，不仅在高能物理领域起着关键的作用，也在凝聚态物理中成为了研究相变和临界现象的重要工具。

即使是数学，在其古典时代也可以容忍一定程度的不严格性。在微积分的历史中，有过长达近200年的不严格时期。牛顿、莱布尼兹发明了微积分，那是1670年代的事情。牛顿的目的是要解决变速运动，他的微积分是非常直观的，并不严格。如果问牛顿， dx/dt 里的 dt ，到底是不是0？牛顿是给不出令人满意的回答的。微积分的严格化是后来的事情。大家将要学的 $\varepsilon-\delta$ 语言，是在1860年代由维尔斯特拉斯、柯西等人提出。在这200年间，

诞生了拉普拉斯，欧拉、拉格朗日、高斯等众多数学物理学家，他们使用的微积分都不严格。恰恰在这段时间内，以微分方程为代表的高等数学飞速发展。物理系一门重要的基础课是《数学物理方法》，其核心部分是偏微分方程和特殊函数，正是这个时期的成果。

在19世纪中期以后，微积分基础的严格化完成了。一个代表成果是维尔斯特拉斯函数，它处处连续处处不可导，而人们之前一直默认连续函数除掉个别的尖点外都是可导的。曾经有人问过：如果在微积分成熟之前，有人碰巧发现了这个函数，那会怎么样？很有可能其结果是负面的，因为这会引起人们对微积分基础的不信任。要等微积分变严格了再去使用它，那对物理研究的拖累就太大了。所以，过分的严格性对物理研究不仅不是好事，反而有害。

3 数学为舟楫

物理学家需要数学，但是数学不是目的而是工具。最好是在物理的学习过程中，缺什么数学就学什么，而不是堂堂正正先学很多数学。人的精力有限，鱼与熊掌不可兼得。正如徐一鸿老师所说，绝大多数的物理进展并不是数学推动的。在物理的学习过程中，带着问题去学数学，往往事半功倍，而且可以学到实战本领。

在物理研究的过程中，经常要用到我们所不懂的数学。这时候，物理学家可以虚心向数学家朋友们去请教。例如，杨振宁先生在研究规范场理论时，就向数学家西蒙斯请教过纤维丛的概念。有时所需要的数学还没有建立起来，这样的话，物理学家甚至可以发明新数学。

牛顿发明微积分就是最好的例子，因为当时有求解运动方程的物理需求，而这些是二阶微分方程。

海森伯于1925年发明了量子力学的第一种现代表述形式——矩阵力学，距今整整100年。当时，他其实并不了解矩阵。他根据玻尔旧量子论中的定态假设，把坐标的概念做了重新解释。例如，对于坐标的 x 分量，海森伯把它架构在初态 i 和末态 j 之间，这样 x 就不再是一个数，而成了一个二维数组 x_{ij} 。计算辐射功率，需要坐标的平方 $(x^2)_{ij}$ ，于是他将第一个 x 架在初态 i 和中间态 k 之间，第二个 x 坐标架构在中间态 k 和末态 j 之间，然后对中间态 k 求和，即 $(x^2)_{ij} = \sum_k x_{ik} x_{kj}$ 。他的导师玻恩看出来这就是矩阵乘法，可以说海森伯是重新发明了矩阵。可以想象，如果当时没有线性代数的话，量子力学对线性代数的需求，就会极大地推动线性代数的发展，就像当年牛顿力学促进微分方程的发展一样。

4 物理溯天然

物理的思维特点是先具体再抽象，而不是反过来。在没有掌握物理的思维方法之前，过度的抽象会妨碍物理的学习，陷入空头思辨的泥潭。一上来就抽象不符合认知规律。

如果你不想以纯数学为人生追求的话，沉迷于过于形式化的数学可能对你有害。因为价值观的不同，你就不会认可物理学的思维方式。如果日后想再学习物理学，那将会非常痛苦。这是整个思维方式的变化，不是所有人都能够切换自如的。

我推荐《费曼物理学讲义》给

大家，也是因为它体现了物理学家的思维模式。它一般不会把物理原理直接抛给读者，而是把读者代入该原理发展的背景之中，让读者体会其构建的过程。就像带着读者修建一所房子，读者需要亲自搭脚手架，而不是拎包入住。这中间的过程没有过多的形式化推理，非常的形象。很多知名的物理学家，回忆为什么会走上物理学的研究道路，都承认《费曼物理学讲义》对他们的启发和触动。

我们常说数学是物理的语言，但是很多意境是可意会不可言传的，而参悟这些意境是学习物理的关键所在。如果不明白方程背后的图像，只是关注于方程本身的推导，从抽象到抽象，那非常容易迷失在数学语言之中。如果习惯于这种思维方式，那日后就不太容易做出开创性的成就了。因为抽象是需要有基础的，要先等别人建好一个基础，你才可能去抽象，也就很难跳出别人的框架了。

我有一位数学家朋友读过《费曼物理学讲义》第二卷，讲的是电磁学，其基本内容是麦克斯韦方程。那些偏微分方程对他来说是很浅显的。他的体会是每个方程都看得懂，但还是不理解电磁波是怎么发射出来的。我给他解释了法拉第电力线的概念，电力线就像橡皮筋，其起始段和末端分别系在正负电荷之上。随着电荷的振动，电力线也随着弯曲，并传播开来，就像是吉他弦上的波动，这就产生了电磁波。吉他的弦波是横波，类似的电磁波也是横波。麦克斯韦方程正是用数学严谨的语言来讲上面的故事。有了这样的物理图像，再去看那些微分方程，就会感觉方程就是可以被理解的语言了。

关于如何处理在物理学习和研究中具体和抽象的关系,我想用大家熟悉的例子做个比喻。先秦《诗经》中的《国风》,在中国文学史上有重要地位,其源头是在田间地头传唱的民歌。可想而知,其原型不可能雅致到哪里去,但是其源自生活,所以充满生命力。于是庙堂之高派人来采风于江湖之远,收集整理并进行加工,用文人的语言来升华,就雅致多了。当然这是必要的,成为经典才能更好地流传,所谓“言之无文,行而不远”。但是文学随后的演化就逐渐地抽象了,汉赋和六朝骈文盛行,对文采和音律的雕琢超过了对内容的追求。虽然出了像王勃的《滕王阁序》那样的名篇,但是路越走越窄,到了唐朝中后期就走不下去了。于是韩愈“文起八代之衰”,发起古文运动,提倡写朴实而言之有物的散文。在这基础上诞生了唐宋八大家的古文。对于物理学家,基于实验事实

来构造理论就像是采风,钟情于形式化理论就像是写骈文。这中间要有一个平衡。

5 结语

有同学跟我谈心,说他想以物理为人生追求,但是担心自己会一事无成。我回答道,有成无成更多是一种主观的感受,每个人都是比不上不足比下有余。如果努力了,一事无成并不可怕。那怕只有一点点小成就,我们就可以每天乐在其中,活得很开心。

费曼曾给他的一个日本学生写过一封信^[5]。那个学生来美国留学,本想跟费曼做一番大事业,结果不如人意,毕业后返回日本。他给费曼写信说他找了个职位,在做卑微(humble)的研究课题,还说自己是个小人物(nameless)等等。费曼宽慰他,说课题不在乎大小。只要是没解决的问题,只要能够向前多走一步,那就是有价值的。如何让自

己觉得活的有意义呢?就是从小事、具体的事情做起。比如,如果有个同事有问题搞不定,他能帮人解决,同事就会感谢他,那他就不是个小人物。

这就是“勿以善小而不为”的态度。有成无成不是大事,有着“朝闻道夕死可也”的心态,生活就不会苦闷。

最后,我向对于有志于献身物理事业的同学表示深深的敬意。

参考文献

- [1] 对 bheue 的介绍 .https://www.etymonline.com/word/*bheue-
- [2] 徐一鸿和张朝阳的对谈 .<https://news.sciencenet.cn/htmlnews/2025/7/548166.shtm>
- [3] 杨振宁·美与物理学.见:杨振宁,翁帆编译.曙光集.三联书店,2018. p.315
- [4] Vogel M. Contemporary Physics, 2009, 50:437
- [5] 费曼致学生真野光一.见:R·P·费曼著,叶伟文译.费曼手札:不休止的鼓声.长沙:湖南科学技术出版社,2019

新书推荐

读者和编者

《量子理论中的定性方法》是苏联科学院院士、朗道学派代表性人物、著名理论物理学家米格达尔(A. B. Migdal, 1911.3.11—1991.2.9)讲授量子理论的一部奇书,结合了敏锐的物理洞察力和对物理现象的深刻理解,帮助学生认识理论物理学科研实践中的另一种真相:尝试用定性的方法猜答案,而不是用严格的方法推公式。与其他正规量子力学教材不同,这本书专门讲述理论物理学家处理量子物理问题的各种“独门诀窍”。全书分为6章,分别是量纲和模型方法、不同类型的微扰法、准经典近似、物理量的解

析性质、多体问题中的方法、量子场论中的定性方法。

这本书的原著出版于1975年,并且在两年后由莱格特(A. J. Leggett, 2003年诺贝尔物理学奖获得者)翻译为英文出版,在国际理论物理学界广受欢迎。但是直到2025年,中译本才由高等教育出版社出版发行。

尽管这本书的原著已经出版了50年,但是它的精神仍然没有过时,而且内容在中文世界里也还不是广为认知,中译本有助于理论物理的初学者掌握解决科学问题的正确方法。

