

①

## Lect 12. Estimation of the upper limit of the efficiency of plant's photosynthesis

1. thermodynamic system of the earth-moon system

Green-house effect

2. transpiration effecient

3. estimation of the efficiencity of plant's  
photosynthesis

# ① Thermodynamics of the earth-sun system

$$P_{\text{earth}} = \sigma (T_e^0)^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{K}^4)$$

$$P_{\text{sun}} = \sigma T_{\text{sun}}^4$$

$$4\pi r_e^2 (T_e^0)^4 = \frac{\pi r_e^2}{4\pi d_{e-\text{sun}}^2} T_{\text{sun}}^4 \cdot 4\pi r_{\text{sun}}^2 (1-R) \quad \leftarrow \text{reflectivity}$$

$$\left( \frac{T_e^0}{T_{\text{sun}}} \right)^4 = \frac{1}{4} \frac{r_{\text{sun}}^2}{d_{e-\text{sun}}^2} (1-R)$$

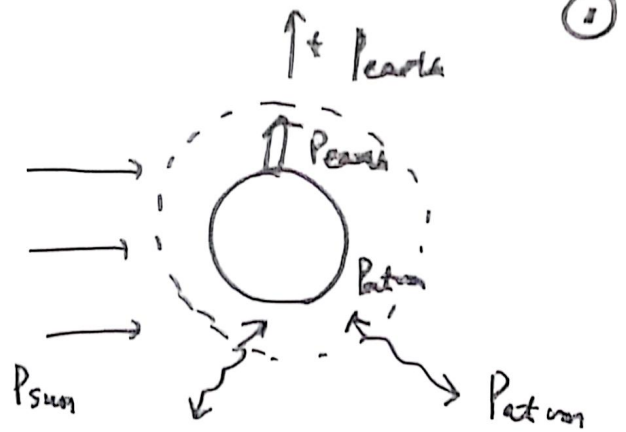
$$r_{\text{sun}} = 7 \times 10^5 \text{ km}$$

$$d_{e-\text{sun}} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$R = 30\%$$

$$\Rightarrow T_e^0 / T_{\text{sun}} \approx 0.044$$

$$T_e^0 \approx 255 \text{ K} = -17^\circ \text{C}$$



However, the actual temperature should be  $> T_e^0$ . The earth surface absorbs the solar radiation, then part of it transmits to the atmosphere and goes to the outer space, ( $\pm P_{\text{earth}}$ ). Then the rest part is absorbed by the atmosphere. Then the atmosphere emits both downward and upward.

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{2} P_{\text{sun}} + P_{\text{atm}} \right) \cdot A = P_{\text{earth}} \cdot A \\ (1-t) P_{\text{earth}} = 2 P_{\text{atm}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{\text{earth}} = \frac{2}{1+t} \cdot \frac{P_{\text{sun}}}{2} \\ P_{\text{atm}} = \frac{1-t}{1+t} \cdot \frac{P_{\text{sun}}}{2} \end{cases}$$

if we don't consider the green house effect, it's equivalent to  $t=1$ , then  $P_{\text{earth}} = P_{\text{sun}}/2$ , the earth surface temperature  $T_e^\circ$

For the general case,  $\frac{T_e}{T_e^\circ} = \left( \frac{2}{1+t} \right)^{1/4}$ .

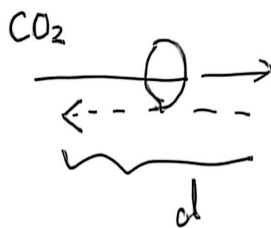
If we take  $T_e \approx 15^\circ\text{C} = 288\text{K}$ , then  $t = 2 \left( \frac{T_e}{T_e^\circ} \right)^4 - 1 \approx 23\%$ .

## ② transpiration coefficient

$C_{tr}$ : 1g dry weight  $\leftrightarrow$  water mass in the unit of  $\text{g}^{-1}$

diffusion rate

$$D \nabla n \propto M^{-1/2} \nabla p$$



$\Rightarrow$   $1 \text{ CO}_2 \sim 1 \cdot \text{CH}_2\text{O}$

1 molecular  $\text{CO}_2$  in, then  $\frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{D_{\text{CO}_2}} \cdot \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}/d}{P_{\text{CO}_2}/d} M_{\text{H}_2\text{O}}$

$$\approx \left( \frac{M_{\text{CO}_2}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} \right)^{1/2} M_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{CO}_2}} \Rightarrow C_{tr} = \frac{(M_{\text{CO}_2} M_{\text{H}_2\text{O}})^{1/2}}{M_{\text{CH}_2\text{O}}} \cdot \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{CO}_2}} \approx 0.94 \frac{P_{\text{H}_2\text{O}}}{P_{\text{CO}_2}}$$

30°C. vapor pressure (saturation)  $P_{H_2O} = 0.04 \text{ atm}$

$$P_{CO_2} \approx 3 \sim 4 \times 10^{-4} \text{ atm}$$

In this rough estimation, we have  $C_{tr} \sim 100$ .

In fact, the transparent coefficients is much higher.  $CO_2$  needs

further enters :::: cell membrane, chloroplast et al.

These processes further slows down the diffusion of  $CO_2$ .

	maze (corn)	rice
$C_{tr}$	250 - 300	500 - 800

### 3: efficiency of the photo-synthesis

Evaporation of  $H_2O$  needs a lot of latent heat

$$Q_{vap} = \underbrace{E_{sun}^L}_{\text{chemical energy}} \cdot \underbrace{\eta}_{\text{mass of } CH_2O} \cdot \underbrace{C_{tr}}_{\text{mass of water evaporation}} \cdot \underbrace{Q_{H_2O}}_{4 \text{ kcal/g}}$$

(5)

$Q_{\text{vap}}$  can be absorbed from the rest part of solar energy

$E_{\text{sun}}^L (1-\eta)$ , and also from the atmosphere radiation

$$Q_{\text{vap}} < E_{\text{sun}}^L (1-\eta) + E_{\text{atm}}$$

$$= E_{\text{sun}}^L (k-\eta) \quad \text{where } k = 1 + \frac{E_{\text{atm}}}{E_{\text{sun}}^L} = 1 + \frac{P_{\text{atm}}}{P_{\text{sun}}^L}$$

$k$ : the enhancement factor due to the green house effect.

$$\cancel{E_{\text{sun}}^L} \cdot \eta \cdot u^{-1} C_{\text{tr}} \cdot Q_{\text{H}_2\text{O}} < \cancel{E_{\text{sun}}^L} (k-\eta)$$

$$\eta (1 + u^{-1} C_{\text{tr}} Q_{\text{H}_2\text{O}}) < k$$

$$\boxed{\eta < \frac{k}{1 + r C_{\text{tr}}}}$$

$$\text{where } r = \frac{Q_{\text{H}_2\text{O}}}{u} \leftarrow 20 \sim 30^\circ\text{C}.$$

$$= \frac{0.58 \text{ Kcal/g}}{4 \text{ Kcal/g}} \approx 0.145$$

$$\text{i.e. } \eta < \frac{k}{1 + 0.145 C_{\text{tr}}}$$

Next, we need to estimate the enhancement factor

$$k = 1 + \frac{P_{\text{atm}}}{P_{\text{sun}}^L} \leftarrow \text{recall } P_{\text{atm}} = \frac{1-t}{1+t} \frac{P_{\text{sun}}}{2}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \frac{1-t}{1+t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1+t} \leftarrow \text{recall } \frac{T_e}{T_e^0} = \left( \frac{2}{1+t} \right)^{1/4}$$

(6)

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{T_e}{T_e^0} \right)^4 \right]$$

- plants/crops grow in the summer, we take  $T_e = 30^\circ\text{C}$

$$\text{then } k = \frac{1}{2} \left( 1 + \left( \frac{303}{255} \right)^4 \right) = \frac{1}{2} (1 + 2) = 1.5.$$

- plants also have transpiration in the night. but it's weak  
 $< 10\%$

- Hence, if we take  $C_{tr} = 500$  for rice, then  $\eta < 2\%$ ,

$$C_{tr} = 250 \text{ for corn then } \eta < 4\%.$$

- How to improve  $\eta$ ?

decrease  $C_{tr} \downarrow$  increase the enhancement factor  $k \uparrow$ .

Increase  $\text{CO}_2$  concentration, & increase humidity of the environment can decrease  $C_{tr} \downarrow$ .

# (X) Solar constant

$$C_{sun} = 1.37 \text{ kW/m}^2 \cdot s \approx 0.33 \text{ kcal/(m}^2 \cdot s)$$



$$\overline{\sin \theta} = 1/2$$

$$P_{sun} = \frac{1}{2} C_{sun} (1-R) \approx 0.116 \text{ kcal/(m}^2 \cdot s)$$

average  
over the side  
toward the sun

If focus on a local agriculture region, the attitude angle

$$\overline{\sin \theta_L} = \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta / (\pi/2) = \frac{2}{\pi} \approx 0.64 \quad (\text{equator})$$

$$P_{sun}^L < 0.64 C_{sun} (1-R) \approx 0.147 \text{ kcal/(m}^2 \cdot s) \quad (\text{spring/fall equinox})$$

North latitude  $30^\circ$ . daylight 14 hours.  $t \approx 5 \times 10^4 s$ .

$$W \approx P_{sun}^L \cdot t = 7400 \text{ kcal/(day} \cdot \text{m}^2)$$

Crops growth period 80 days,  $\left\{ \begin{array}{l} \text{grain/stem, leave} \approx 1:1 \\ \text{for grains.} \end{array} \right.$  ← other period growth

$$\Rightarrow E_{sun} < P_{sun}^L \cdot T \cdot A = 7400 \times 80 \times 667 \approx 4 \times 10^8 \text{ kcal}$$

$\uparrow \quad \downarrow$   
 80 days 1 mu

Then dry weight.

$$M_{rice} < \frac{E_{sun} \cdot \eta}{u} = \frac{4 \times 10^8}{4 \times 10^4} \times \eta \cdot g/\text{kg}$$

$$= 10^5 \times \eta \text{ kg/mu}$$

$$\eta \approx 2\% \Rightarrow \boxed{M_{rice} \approx 2000 \text{ kg} \approx 2 \text{ ton/mu}}$$



## 植物太阳能转化效率的估计\*

吴从军<sup>†</sup>

(西湖大学物理系 新基石科学实验室 杭州 310024)

2024-06-16收到

<sup>†</sup> email: wucongjun@westlake.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20240809

文章将植物的太阳能转化效率 $\eta$ 与其生理数据蒸腾系数(transpiration coefficient) $C_{tr}$ 联系起来。它们满足一个简单的关系 $\eta < \frac{k}{1 + rC_{tr}}$ , 其中 $r$ 是水的汽化热与碳水化合物的化学能密度之比, $k$ 是源自于大气温室效应的增强因子, 可以用当地植物生长期内的平均气温来估算。此结果不涉及光合作用的机理, 具有一定的普适性。

## 1 引言

对于一个复杂的体系, 从微观机制入手来研究一般是非常困难的。在这种情况下, 物理学家们往往会去建立唯象理论(phenomenological theory), 其特点是不依赖



图1 年轻时代的列夫·朗道。朗道是现代凝聚态物理学的奠基人。他是唯象理论的大师, 达到了出神入化的程度, 代表性成就包括液氦的超流理论、基于对称性自发破缺的二级相变理论、超导的金兹堡-朗道理论、费米液体理论等等。他善于在微观知识尚不完备之时, 依靠普适物理原理以及非常少的假设, 建立起实验现象之间的关系, 并做出待实验检测的预言

于研究现象的微观机制, 具有一定的普适性。著名物理学家朗道(L. Landau)是这方面的大师(图1)。诺贝尔物理学奖获得者莱格特(A. J. Leggett)曾经有这样的评论, 大意如下<sup>[1]</sup>。很多人研究物理问题, 希望从一个微观的哈密顿量或者拉格朗日量出发, 追求尽可能地少用近似, 最好是严格求解问题。但当系统过于复杂, 这通常不会有什么结果。朗道的对策是“以退为进”: 他选择放下微观机制, 转而研究如何在可观测量之间建立联系, 由此可以进一步预言新的可观测量, 来供下一步实验检测。朗道的液氦超流理论、二级相变理论、费米液体理论, 都是基于这个思想的杰出成果。这和高能物理的“重正化”理论的思想也是相通的。

本文也将遵循这个思想, 将其应用于对植物光合作用的分析之中。植物通过光合作用将太阳能转化成化学能, 主要储存在碳水化合物中。这中间太阳能到化学能的转化效率(下文称之为太阳能转化效率 $\eta$ )是个重要的物理量<sup>[2]</sup>, 和生物固碳、粮食产量等密切相关。对 $\eta$ 进行深入研究, 是个非常复杂的问题, 需要涉及到植物生理和光合作

用反应的机理<sup>[3]</sup>, 这显然超出了本文的能力和范围。

热力学具有极强的普适性, 当然也适用于光合作用的过程。我们将从热力学角度来分析太阳能转化效率, 建立其与植物蒸腾作用中的能量转化的关系, 并且考虑大气红外辐射的增强效果(见下文式(9))。

植物光合作用要吸收 $\text{CO}_2$ , 其生理决定了在此同时也会有大量的水分被蒸发。通常要蒸发好几百克的水, 才能将吸收的 $\text{CO}_2$ 转化成一克的干重(一般是碳水化合物), 而水的汽化热也非常大。通过简单的计算, 就可以知道太阳能中的大部分都被消耗在蒸发水分上了, 留给光合作用的份额寥寥无几。通常条件下, 本文估算出水稻的太阳能转化率 $\eta < 2.0\%$ , 而玉米的 $\eta < 4.0\%$ 。

本文旨在帮助学生体验物理学定性估算的乐趣, 并希望对物理教学有所裨益。本文没有考虑现实系统的复杂要素(空气、水分、肥料等), 而这些要素会进一步降低太阳能转化效率, 所以并不影响本文的结论。对它们的研究, 会进一步优化本文的结果, 但是已经超出了本

\* 国家自然科学基金(批准号: 12234016)、新基石科学基金资助项目



文的范围。

本文下面的各部分将逐步加以解释如何估算植物的太阳能转化率。其中，第2部分讨论地球太阳组成的热力学系统，以及大气的温室效应。第3部分介绍植物的蒸腾作用和蒸腾系数。第4部分建立植物太阳能转化效率和蒸腾系数的关系，并由此估算出转化效率的上界。第5部分是进一步的讨论。

## 2 地日热力学系统及温室效应

如果将地球和太阳合起来视为一个热力学系统，地球接收从太阳发射来的高温黑体辐射能量( $T_{\text{sun}} = 5778 \text{ K} \approx 6000 \text{ K}$ )，并以低温黑体辐射( $T_{\text{earth}} \approx 300 \text{ K}$ )的形式将其散发到外层空间。地球和太阳可以被分别当作低温和高温热库，则热机效率(thermal engine efficiency)的上限为  $\eta_Q = 1 - \frac{T_{\text{earth}}}{T_{\text{sun}}} \approx 0.95$ 。化学能的熵为零，所以可以被视为做功。也就是说，太阳高温黑体辐射能量中的95%，原则上都可能被转化成化学能。这已经很接近于1，下面将不再考虑。对于小质量恒星，其表面温度较低，只有2000 K至3000 K。对于这样的恒星的行星系统， $\eta_Q$ 将会成为一个需要仔细考虑的限制因素。

平均来说，地球从太阳接收的能量等于其弥散到外层空间中的能量，否则地球的平均温度会随时间发生明显变化。但从熵(entropy)的角度看，地球从太阳接收的熵，远小于其散发到外层空间中的熵。这是因为太阳表面温度很高。根据熵的变化与吸收/放出的热量的关系  $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ，地球接收的熵比较低；而

地表辐射的特征温度是室温，向外发射的熵要大得多。

一部分太阳能被植物转化成化学能，以碳水化合物形式储存起来。这些碳水化合物成为动物或人类的食物，来支持其日常活动，变成热量散发出去，最终以红外辐射的形式

弥散到外层空间。这个过程带走了地球上各种不可逆过程产生的熵，保持了地球的有序，其中也包括了维持生态和人类社会的稳定。

如果没有大气的温室效应，地球会是一个冰球<sup>[4]</sup>。相应的地表温度  $T_c^0$  可以如下估计。根据斯特藩—玻尔兹曼(Stefan—Boltzmann)定律，单位面积地表向外的红外辐射功率密度  $P_{\text{earth}} = \sigma(T_c^0)^4$ ，其中  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  为斯特藩—玻尔兹曼常数。同理，太阳表面的辐射功率密度  $P_{\text{sun}} = \sigma T_{\text{sun}}^4$ 。当太阳辐射到达地球轨道时，被地球吸收的比例为  $r_s^2/(4d_{c-s}^2)(1-R)$ ，其中  $R$  是云层和地面对太阳辐射的反射率，一般可取  $R = 30\%$ <sup>[5]</sup>。可得：

$$4\pi r_c^2 (T_c^0)^4 =$$

$$\frac{r_s^2}{4d_{c-s}^2} T_{\text{sun}}^4 4\pi r_{\text{sun}}^2 (1-R)。$$

经过化简可得，

$$\left(\frac{T_c^0}{T_{\text{sun}}}\right)^4 = \frac{1}{4} \frac{r_s^2}{d_{c-s}^2} (1-R)， \quad (1)$$

其中，太阳半径  $r_s = 7 \times 10^5 \text{ km}$ 、地日距离  $d_{c-s} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 。容易得出  $T_c^0/T_{\text{sun}} \approx 0.044$ ，即  $T_c^0 \approx 255 \text{ K} = -17^\circ\text{C}$ 。

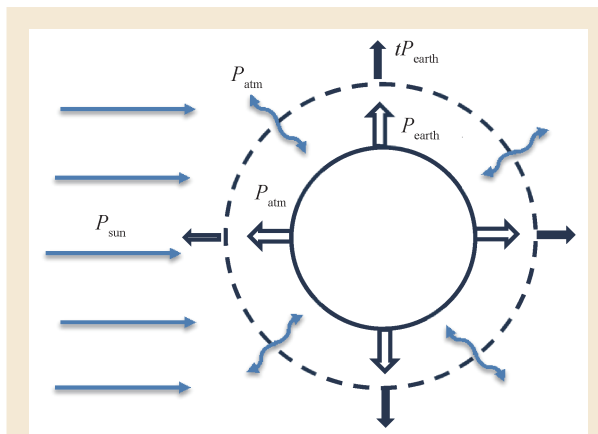


图2 大气的温室效应。地面接收太阳辐射  $P_{\text{sun}}$ ，并向大气发射红外辐射  $P_{\text{earth}}$ 。该辐射以透射率  $t$  穿透大气散发到外层空间，剩下的被大气中的温室气体分子吸收。大气再向外层空间和向地面分别发射红外辐射  $P_{\text{atm}}$

实际上地表常年的平均温度要高于  $T_c^0$ ，这是因为大气发射的红外辐射功率密度  $P_{\text{atm}}$  的增强效果(图2)。地面吸收太阳辐射后，以红外辐射功率密度  $P_{\text{earth}}$  向天空散发。设地面辐射穿透大气到外层空间的透射率为  $t$ ，剩下的部分会被温室效应气体分子(例如  $\text{CO}_2$  和水蒸气)吸收。同时，大气层也会向外层空间和地面分别辐射，因为其各向同性，这两个方向的辐射功率密度均为  $P_{\text{atm}}$ 。在地表和大气处，分别考察能量守恒。考虑到地球向阳面积仅占总表面积的一半，而地面辐射的面积是整个地表，可得：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} P_{\text{sun}} + P_{\text{atm}} &= P_{\text{earth}}， \\ (1-t) P_{\text{earth}} &= 2P_{\text{atm}}， \end{aligned} \quad (2)$$

由此解得，

$$\begin{aligned} P_{\text{earth}} &= \frac{2}{1+t} \frac{P_{\text{sun}}}{2}， \\ P_{\text{atm}} &= \frac{1-t}{1+t} \frac{P_{\text{sun}}}{2}。 \end{aligned} \quad (3)$$

为了定性估计方便计，式(2)假定了地面和大气各处的红外辐射的均匀性，这相当于忽略了气温的地理分布以及昼夜温差。

如果不考虑大气温室效应，则

表1 常见植物的蒸腾系数<sup>[7]</sup>

	阔叶树	牧草	玉米	水稻
蒸腾系数	400—600	500—700	250—300	500—800

相当于在上述分析中取  $t = 1$ ，其相应的地表温度为  $T_e^0$ 。在一般情况，地表温度为

$$\frac{T_e}{T_e^0} = \left( \frac{2}{1+t} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (4)$$

如果大气对红外辐射完全不透明，即  $t = 0$ ，则地表辐射增强了2倍。相应的，地面常年的平均温度将增强为  $2^{\frac{1}{4}} T_e^0 = 303 \text{ K} = 30^\circ \text{C}$ 。

实际上，地表平均温度约为  $T_e \approx 15^\circ \text{C} = 288 \text{ K}$ ，可以粗略推出透射率为

$$t = 2 \left( \frac{T_e}{T_e^0} \right)^{-4} - 1 \approx 23\%. \quad (5)$$

### 3 蒸腾系数

在本节中，我们介绍植物的一个重要生理现象——蒸腾作用。植物从空气中吸收  $\text{CO}_2$ ，经过光合作用中的碳反应，生成碳水化合物。 $\text{CO}_2$ 通过叶片上的气孔从空气扩散到植物体内，但是气孔一旦被打开，体内的水分也会通过气孔蒸发到外界<sup>[3]</sup>。因为空气中  $\text{CO}_2$  的浓度很低，水分从植物体内蒸腾到外界的速度，要比  $\text{CO}_2$  进入的速度要快得多。事实上，植物根系所吸收的97%以上的水分都通过蒸腾作用流失了<sup>[6]</sup>。

下面考虑蒸腾系数  $C_{tr}$ ，其定义是植物每生长1克质量干重所需要蒸发的水的克数<sup>[7]</sup>。气体分子的扩散速率正比于  $D \nabla p$ ，其中扩散系数  $D$  正比于分子运动速度，由此可得  $D \propto M^{-\frac{1}{2}}$ ， $\nabla p$  是气体分压的梯度。粗略的估计给出，

$$C_{tr} \approx l \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{CO}_2}}, \quad (6)$$

其中  $l = \frac{(M_{\text{CO}_2} M_{\text{H}_2\text{O}})^{\frac{1}{2}}}{M_{\text{CH}_2\text{O}}} \approx 0.94$ 。在  $30^\circ \text{C}$  时，饱和水蒸气的分压为  $p_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.04 \text{ atm}$ 。叶片内的水蒸气可以认为是饱和的，空气的水蒸气分压视天气情况而定。在干燥的天气下，水蒸气在叶片内外的压强差可以认为与  $p_{\text{H}_2\text{O}}$  的同一量级。空气中的  $\text{CO}_2$  的浓度非常低，分压大致为  $p_{\text{CO}_2} \approx 3\text{—}4 \times 10^{-4} \text{ atm}$ 。按式(6)的估算已经显示了  $C_{tr}$  可以达到100的量级。

常见农作物的蒸腾系数见表1<sup>[7]</sup>，比上面的估算要大不少，但基本上还是处在同一数量级。进一步的分析要涉及到植物生理，超过了本文的范围。比如， $\text{CO}_2$  在叶片中还要进一步进入细胞膜、细胞质、叶绿体膜，这些过程增加了  $\text{CO}_2$  扩散的阻力(见教材[3]第4章第4节)。因此，植物叶片吸收  $\text{CO}_2$  的实际速率应该低于上述模型中的估计值。这解释了为什么估算的蒸腾系数比实际的要小。

植物的光合作用可以根据其碳反应的不同分成不同的类型，常见的有C3和C4两种。两者的差别在于碳反应中首先生成的分子是含有3个碳原子还是4个碳原子。C3植物包括小麦、水稻、银杏、雪松等，C4植物包括小米、玉米、马齿菜等。C4植物固碳时对水分的利用率要比C3要高(见教材[3]第8章第6节)。

### 4 太阳能转化效率

为估算太阳能转化效率  $\eta$ ，我们在本节中将其与蒸腾系数联系起来。以一块农业区为例，当地接收的太阳能  $E_{\text{sun}}^L$ ，农作物将其转化成化学能  $E_{\text{sun}}^L \eta$ ，这个过程伴随着蒸腾作用。水的蒸发要吸收潜热(latent heat)。单位质量的水变成水蒸气时，吸收的热量为水的汽化热  $Q_{\text{H}_2\text{O}}$ 。蒸腾作用所需的热量为

$$Q_{\text{vap}} = (E_{\text{sun}}^L \eta) u^{-1} C_{tr} Q_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (7)$$

其中  $u = 4 \text{ kcal/g}$  是碳水化合物的能量密度。

$Q_{\text{vap}}$  可以从太阳能的剩余部分  $E_{\text{sun}}^L (1 - \eta)$  吸收，也可以从大气向地面的辐射  $E_{\text{atm}}$  中吸收。可得，

$$Q_{\text{vap}} < E_{\text{sun}}^L (1 - \eta) + E_{\text{atm}} \\ = E_{\text{sun}}^L (k - \eta), \quad (8)$$

其中  $k = 1 + \frac{E_{\text{atm}}}{E_{\text{sun}}^L} = 1 + \frac{P_{\text{atm}}}{P_{\text{sun}}^L}$  是源自温室效应的增强因子。温室效应增加了蒸腾作用可以吸收的热量，但是温室效应的辐射在红外波段，不能参与光合作用。光合作用的能量只能从太阳能中来。容易得到，

$$\eta < \frac{k}{1 + r C_{tr}}, \quad (9)$$

其中  $r = Q_{\text{H}_2\text{O}}/u$  是水的汽化热与碳水化合物能量密度之比。

水的汽化热在  $20\text{—}30^\circ \text{C}$  时约为  $Q_{\text{H}_2\text{O}} = 0.58 \text{ kcal/g}$ 。随着温度的升高，到了  $100^\circ \text{C}$ ，水的汽化热略有降低，仍然有  $0.54 \text{ kcal/g}$ 。取  $Q_{\text{H}_2\text{O}} = 0.58 \text{ kcal/g}$ ，可得  $r = 0.145$ 。

水分蒸发后变成水蒸气，其内能增高，这部分能量可以视作地面辐射能的一部分。水蒸气升高后，在大气对流层冷凝形成云层，

这部分能量又被释放出来被大气吸收。

下面分析温室效应增强因子 $k$ 的取值。对于全球平均的效果来说,由式(3)和式(4)得到,

$$k = \frac{1}{2} + \frac{1}{1+t} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{T_c}{T_c^0} \right)^4 \right]. \quad (10)$$

如果是针对于某块农田区域,该处局部的 $k$ 值可以用当地平均温度 $T_c^L$ 代入上式中的 $T_c$ 来估计。我们这里忽略了昼夜温差的涨落,它一般在10—15 K,相对于地表的平均温度大致在3—5%的数量级。农作物生殖生长期普遍处于夏季,不妨取平均气温 $T_c^L = 30\text{ }^\circ\text{C}$ ,这相当于 $k = 1.5$ 。

近来的研究表明,植物在夜间也有蒸腾作用。夜间蒸腾比白天要弱很多,不超过白天的10%<sup>[8]</sup>,所以忽略夜间蒸腾对于定性估算没有太大的影响。

根据表1,对于水稻,不妨采用 $C_{tr} = 500$ ;对于玉米采用 $C_{tr} =$

250。相应的,根据式(9),对于水稻, $\eta < 2.0\%$ ,而对于玉米, $\eta < 4.0\%$ 。

## 5 讨论

下面讨论提高太阳能转化效率的方法。上节式(9)表明,降低蒸腾系数 $C_{tr}$ 和提高温室效应增强因子 $k$ ,均有助于提高 $\eta$ 。

大部分太阳能被消耗到了蒸腾作用上面。植物蒸发这么多水分,是其生理过程所需,可以起到降温、输送营养物质等作用。光合作用主要吸收波长在640—680 nm之间的红光,以及波长在400—450 nm之间的蓝紫光;而蒸腾作用对波长没有选择性,只需要热效应即可。如果蒸腾系数能有显著的降低,则更多的蓝紫光和红光可以参与光合作用,提高转化率。

如果在人工条件下(比如在大棚中),可以采用很多方法提高转化率。其中提高 $\text{CO}_2$ 浓度会是一个关

键。蒸腾系数这样大,其根源在于空气中的 $\text{CO}_2$ 浓度很低。增加 $\text{CO}_2$ 浓度,则可以降低蒸腾系数 $C_{tr}$ 。更高的 $\text{CO}_2$ 浓度也可以使得光合作用的原料更加充足。另一方面,大棚可以有效地加强温室效应,提高增强因子 $k$ 。此外,在人工环境中,还可以通过增加照射红光和蓝紫光波段的辐射来促进光合作用,并配合以红外光来促进蒸腾作用等。

在空气常年湿润的地区,叶片内外的水蒸气压强差较小,可以降低蒸腾系数,从而增加太阳能转化效率。藻类植物本身就处在水中,其太阳能转化效率的上限,也是一个有意思的问题<sup>[9]</sup>。藻类吸收溶解在水中的 $\text{CO}_2$ 进行光合作用,和陆地植物通过气孔吸收 $\text{CO}_2$ 有所不同。另一方面,整个阳光照射的水面都在蒸发。单位面积水域中,藻类能够吸收到的太阳能比例可能不比陆地植物要多。

## 附录1 太阳常数(Solar constant)

植物的生长、结籽等生理过程所需要的能量都来自于太阳。在地球大气外沿,照射在垂直于阳光的单位面积上的辐射功率,称为太阳常数 $C_{\text{sun}}$ 。我们采用1981年世界气象组织(WMO)的推荐数据 $C_{\text{sun}} = 1.37\text{ kW}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$ ,合 $0.33\text{ kcal}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$ <sup>[11]</sup>。

阳光一般不会直射地面。地面接收的太阳能还要计入太阳的高度角 $\theta$ 的效果。在同一个时刻,对向阳面的半球求平均,得 $\overline{\sin\theta} = 1/2$ 。这样可以定义一个“有效太阳常数” $P_{\text{sun}}$ ,

$$P_{\text{sun}} = \frac{1}{2} C_{\text{sun}} (1-R) \approx 0.116\text{ kcal}/(\text{m}^2\cdot\text{s}), \quad (\text{A1})$$

其中反射率取 $R = 30\%$ <sup>[5]</sup>。

如果考虑的农作物,着眼一块农业区,则当地的太阳高度角 $\theta_L$ 在一天之中随时间而变。在赤道上的春分或秋分那天,简单地计算可以得到 $\overline{\sin\theta_L} = \frac{2}{\pi} \approx 0.64$ 。这个值在我国一般的农业区是达不到的,即 $\overline{\sin\theta_L} < 0.64$ 。在定性估计中,不妨将其作为高度角修正的上界,就得到一个“当地有效太阳常数” $P_{\text{sun}}^L$ 的上界,

$$P_{\text{sun}}^L < 0.64 C_{\text{sun}} (1-R) \approx 0.147\text{ kcal}/(\text{m}^2\cdot\text{s}). \quad (\text{A2})$$

农作物生长期处在日照充沛的时期。夏至那天白昼最长,北纬 $30^\circ$ 地区(我国长江中下游地区)可以达到14小时。高纬度地区夏季白昼会更长,但是太阳的高度会较低。所以不妨按每天平均日照 $t = 14\text{ 小时} = 5.04 \times 10^4\text{ s}$ 来估算,每天接收的太阳能不超过 $W \approx P_{\text{sun}}^L t = 7400\text{ kcal}/(\text{day}\cdot\text{m}^2)$ 。

## 附录2 水稻亩产上限的估计

下面以水稻为例来讨论。农作物生长分为营养生长和生殖生长。营养生长长秸秆，而生殖生长结籽粒。水稻的营养生长需要90天左右，而生殖生长从孕穗开始到稻穗成熟，需要70—80天。大部分农作物的籽粒和秸秆质量比接近1:1(水稻的籽粒/秸秆比为1:0.9，小麦1:1.1，玉米1:1.2，高粱1:1.3)，这与上面营养生长和生殖生长的时间比例是相符合的。

我们来估算在生殖生长期 $T$ 内，一亩地所吸收的太阳能 $E_{\text{sun}}$ 的上限。以 $T=80$ 天和一亩地面积 $A=667$ 平方米为算，

$$E_{\text{sun}} < P_{\text{sun}}^L TA = 7.4 \times 10^3 \times 80 \times 667 \approx 4 \times 10^8 \text{ kcal} . \quad (\text{A3})$$

农作物将其转化成化学能 $E_{\text{sun}}\eta$ ，增加了干重 $E_{\text{sun}}\eta/u$ ，其中 $u$ 是碳水化合物的化学能密度。

对于水稻来说，采用上面的估算 $\eta < 2.0\%$ 。则水稻亩产的上限，可以被估计为，

$$M_{\text{rice}} < \frac{E_{\text{sun}}}{u} \eta \approx 100000 \times 2.0\% \text{ 公斤/亩} \approx 2 \text{ 吨/亩} . \quad (\text{A4})$$

这表明在目前的技术条件下，水稻亩产的上限在2吨左右。

农作物亩产如果要达到万斤以上，例如1万5千斤，即7.5吨，将是非常困难的。这意味着需要将太阳能转换效率提高到 $\eta > 7.5\text{—}8\%$ 的水平。这需要对光合作用和植物生理机制做大幅度的改进。单凭改善水肥营养等条件是不能解决的。在自然条件下，很难具有可行性。

亩产1吨粮食，需要 $\frac{44}{30} \approx 1.5$ 吨 $\text{CO}_2$ ，合33333 mol。按空气中 $\text{CO}_2$ 的体积比0.04%计算，相当于190万立方米体积空气中的 $\text{CO}_2$ 。设水稻高度0.8 m，以生殖生长期80天计，则每亩地每天要吸取45亩 $\times 0.8$  m空间的 $\text{CO}_2$ 。这需要保持良好的通风。

需要强调的是，因为诸多参数的不确定性，上述估算只能作为数量级的参考，不具有定量的性质，因而不适合作为农业生产的参考。

在实际情况中，农业区还存在“横向”的热量输运。比如，沙漠可以通过气流，向绿洲农业区输入热量<sup>[10]</sup>。对于地理上大范围的农业区，其腹地的热量横向输运，只会改变热量的空间分布，而不会改变总热量的平均值。在农业区的边界处，上述因素确实存在。粗略的说，“横向”热量输运的效果，可以体现在局域温室增强因子 $k$ 中。用物理学的行话，相当于对增强因子 $k$ 进行了“重正化”。式(10)提出可以用当地地表的平均气温来估算 $k$ 。植物贴近地表，地表的气温决定了地面红外辐射的量，可以用来驱动蒸腾作用。这是一个很有意义并有待于仔细研究的问题，超出了本文的范围。

**致谢** 感谢西湖大学李凌、汤雷翰、柴继杰、李小波、刘自旭等教授，加州大学圣迭戈分校尤亦庄教授，清华大学朱邦芬教授，浙江大学舒庆尧教授，西湖大学程子正同学，普林斯顿大学陈昊同学仔细阅读本文。他们的建议和指正对提高本文的质量起了很大的帮助，他们的鼓励也是作者写作此文的动力之一。也感谢西湖大学周桃飞老师、刘仕教授、浙江大学姬扬教授对本文的关注。

## 参考文献

- [1] Leggett A J. Foundation of Physics, 1992, 22:221
- [2] Bugbee B, Monje O. BioScience, 1992, 42:494
- [3] Taiz L, Zeiger E. Plant Physiology (Fifth

Edition), Sinauer Associates Inc., Sunderland, 2010

- [4] 赵凯华. 定性与半定量物理学, 第二版. 高等教育出版社, 2008
- [5] 网页 Earth's Energy Budget. <https://cart-hobservatory.nasa.gov/features/Energy-Balance/page4.php>
- [6] Sinha Kumar R. Modern Plant Physiology. CRC Press, 2004
- [7] 安顺清.《中国资源科学百科全书》中词条—蒸腾系数. 石油大学出版社, 中国大百科全书出版社, 2000, p.482
- [8] Novick K A *et al.* Agricultural and Forest Meteorology, 2009, 149: 1491
- [9] 李小波, 私人交流
- [10] 李凌, 私人交流
- [11] Iqbal M. An Introduction to Solar Radiation, Chapter 3. Academic Press, 1983; <https://www.sciencedirect.com/topics/physics-and-astronomy/solar-constant>